

---

## Opérateur `MODE_ITER_INV`

---

### 1 But

---

Que cela soit pour étudier les vibrations d'une structure (éventuellement amortie ou tournante) ou rechercher ses modes de flambement, le mécanicien doit souvent résoudre un problème modal : soit **généralisé (GEP)** [R5.01.01], soit **quadratique (QEP)** [R5.01.02]. Pour ce faire, *Code\_Aster* propose deux opérateurs: `MODE_ITER_SIMULT` et `MODE_ITER_INV`.

Le **premier opérateur** est plutôt à utiliser lorsqu'on cherche une partie significative du spectre (méthodes de sous-espace ou méthode globale). Le second opérateur, qui est l'objet de cette note, est à privilégier lorsqu'on s'intéresse à seulement quelques modes propres (typiquement une demi-douzaine) ou lorsqu'on souhaite affiner quelques estimations (éventuellement provenant de `MODE_ITER_SIMULT`).

`MODE_ITER_INV` détermine les modes propres en deux étapes: une phase préalable de localisation des valeurs propres suivie d'une amélioration de ces estimations et du calcul de leurs vecteurs propres associés.

La **première étape** se base uniquement sur des évaluations fournies par l'utilisateur ou les affine par des heuristiques adaptées: en GEP, par une technique de bisection éventuellement complétée par une méthode de la sécante; en QEP, par une méthode de Müller-Traub. La **seconde étape** met en oeuvre un algorithme de type puissances inverses: en GEP, la méthode standard éventuellement accélérée par un coefficient de Rayleigh; en QEP, une variante due à Jennings.

Cet opérateur produit un **concept** `mode_meca_*` (cas dynamique) ou `mode_flamb` (cas flambement d'Euler, seulement en QEP) suivant la valeur renseignée dans le mot-clé `TYPE_RESU`. Le **périmètre d'utilisation** de `MODE_ITER_INV` se limite aux GEP et aux QEP à matrices symétriques réelles.

Ce document décrit les paramètres accessibles de chacune des méthodes propres à l'opérateur `MODE_ITER_INV`.

## Table des Matières

1 But.....	1
2 Syntaxe.....	3
3 Opérandes.....	5
3.1 Principes .....	5
3.2 Opérandes <code>MATR_A_B_C</code> .....	7
3.3 Mot clé <code>TYPE_RESU</code> .....	8
3.4 Mot clé <code>CALC_FREQ</code> .....	8
3.4.1 Opérande <code>OPTION</code> .....	8
3.4.2 Opérande <code>FREQ</code> .....	8
3.4.3 Opérande <code>AMOR_REDUIT</code> .....	9
3.4.4 Opérande <code>CHAR_CRIT</code> .....	9
3.4.5 Opérande <code>NMAX_FREQ</code> .....	9
3.4.6 Opérandes de la bisection (si <code>OPTION='SEPRE'</code> ou <code>'AJUSTE'</code> ).....	9
3.4.7 Opérandes de la sécante (si <code>OPTION='AJUSTE'</code> ).....	10
3.4.8 Opérandes <code>SEUIL_FREQ</code> , <code>PREC_SHIFT</code> , <code>NMAX_ITER_SHIFT</code> .....	10
3.5 Mot clé <code>CALC_MODE</code> .....	11
3.5.1 Opérande <code>OPTION</code> .....	11
3.5.2 Opérande <code>NMAX_ITER</code> .....	11
3.5.3 Opérande <code>PREC</code> .....	11
3.6 Opérande <code>SENSIBLITE</code> .....	11
3.7 Mot clé <code>VERI_MODE</code> .....	11
3.7.1 Opérande <code>STOP_ERREUR</code> .....	11
3.7.2 Opérande <code>SEUIL</code> .....	11
3.8 Opérande <code>INFO</code> .....	12
3.9 Opérande <code>TITRE</code> .....	12
4 Phase d'exécution.....	13
4.1 Vérification.....	13
4.2 Exécution.....	13
5 Paramètres modaux/ Norme des modes/ Position modale.....	13
6 Impression des résultats .....	13
7 Exemples.....	14
8 Remarques d'utilisation.....	14

## 2 Syntaxe

```

mode      [*]=MODE_ITER_INV

#DONNEES DU PROBLEME MODAL
(
  ♦ MATR_A=A                                /[matr_asse_DEPL_R]
                                           /[matr_asse PRES_R]
                                           /[matr_asse_GENE_R]
  ♦ MATR_B=B                                /[matr_asse_DEPL_R]
                                           /[matr_asse PRES_R]
                                           /[matr_asse_GENE_R]
  ♦ MATR_C=C (uniquement en QEP)          [matr_asse_DEPL_R]

#TYPE DE PROBLEME
  ♦ TYPE_RESU='DYNAMIQUE'                  [DEFAULT]
                                           /'MODE_FLAMB' (uniquement en GEP)

#PARAMETRAGE PHASE HEURISTIQUE
#TYPE DE CALCUL MODAL
  ♦ CALC_FREQ=_F(
    ♦ OPTION= /'PROCHE'                    (pas de mode multiple)
                                           /'SEPRE'      (uniquement en GEP)
                                           /'AJUSTE'
    ♦ NMAX_FREQ=/0                          [DEFAULT]
                                           /nf          [DEFAULT]
                                           [I]

#CARACTERISTIQUES DU CALCUL
#
  SI TYPE_RESU='DYNAMIQUE'
    ♦ FREQ=lfreq                            [1_R]
    ♦ AMOR_REDUIT=lamor                     [1_R]

#
  SI TYPE_RESU='MODE_FLAMB' (uniquement en GEP)
    ♦ CHAR_CRIT=lcharc                      [1_R]

#
  SI OPTION='SEPRE' ou 'AJUSTE' (uniquement en GEP)
    ♦ NMAX_ITER_SEPRE=/30                   [DEFAULT]
                                           /nis        [I]
    ♦ PREC_SEPRE=/1.E-4                     [DEFAULT]
                                           /ps         [R]

#
  SI OPTION='AJUSTE'
    ♦ NMAX_ITER_AJUSTE=/15                  [DEFAULT]
                                           /nia        [I]
    ♦ PREC_AJUSTE= /1.E-4                   [DEFAULT]
                                           /pa         [R]

#SENSIBILITE
  ♦ SENSIBILITE= (voir [U4.50.02])

```

**#POUR PRE ET POST-TRAITEMENTS**

```
    ◇ SEUIL_FREQ=/1.E-2          [DEFAULT]
      /sf                        [R]
    ◇ PREC_SHIFT=/0.05           [DEFAULT]
      /ps                        [R]
    ◇ NMAX_ITER_SHIFT=/5         [DEFAULT]
      /ns                        [I]
  )
```

**#PARAMETRAGE PHASE ITERATIONS INVERSES**

```
    ◇ CALC_MODE=_F(◇ OPTION=/'DIRECT'          [DEFAULT]
                  /'RAYLEIGH' (uniquement en GEP)
    ◇ NMAX_ITER=30                [DEFAULT]
      /nim                        [I]
    ◇ PREC=/1.E-5                 [DEFAULT]
      /pm                         [R]
  )
```

**#POUR VERIFICATION FINALE**

```
    ◇ VERI_MODE=_F(◇ STOP_ERREUR=/'OUI'        [DEFAULT]
                  /'NON'
    ◇ SEUIL=/1.E-2                [DEFAULT]
      /r                          [R]
  )
```

**#DIVERS**

```
    ◇ INFO=/1                     [DEFAULT]
      /2
    ◇ TITRE=ti                    [l_Kn]
  ) ;
```

**#RESULTATS DU PROBLEME MODAL**

```
Si TYPE_RESU='MODE_FLAMB'      alors [*] ->mode_flamb
Si MATR_C=[matr_asse_DEPL_R]   alors [*] ->mode_meca_c
Si MATR_A=[matr_asse_DEPL_R]   alors [*] ->mode_meca
Si MATR_A=[matr_asse_PRES_R]   alors [*] ->mode_acou
Si MATR_A=[matr_asse_GENE_R]   alors [*] ->mode_gene
```

## 3 Opérandes

### 3.1 Principes

Cet opérateur résout le **problème généralisé (GEP)** aux valeurs propres suivant[R5.01.01]:

Trouver  $(\lambda, \mathbf{x})$  tels que  $\mathbf{A} \mathbf{x} = \lambda \mathbf{B} \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x} \neq 0$ , où  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  sont des matrices réelles, symétriques ou non. Pour modéliser un amortissement hystérétique dans l'étude des vibrations libres d'une structure, la matrice  $\mathbf{A}$  peut être complexe symétrique[U2.06.03][R5.05.04].

Ce type de problème correspond, en mécanique, notamment à:

- **L'étude des vibrations libres d'une structure** non amortie et non tournante. Pour cette structure, on recherche les plus petites valeurs propres ou bien celles qui sont dans un intervalle donné pour savoir si une force excitatrice peut créer une résonance. Dans ce cas, la matrice  $\mathbf{A}$  est la matrice de rigidité matérielle, notée  $\mathbf{K}$ , symétrique réelle (éventuellement augmentée de la matrice de rigidité géométrique notée  $\mathbf{K}_g$ , si la structure est précontrainte), et  $\mathbf{B}$  est la matrice de masse ou d'inertie notée  $\mathbf{M}$  (symétrique réelle). Les valeurs propres obtenues sont les carrés des pulsations associées aux fréquences cherchées. Le système à résoudre peut s'écrire

$$\underbrace{(\mathbf{K} + \mathbf{K}_g)}_{\mathbf{A}} \mathbf{x} = \lambda \underbrace{\mathbf{M}}_{\mathbf{B}} \mathbf{x}$$

où  $\lambda = (2\pi f)^2$  est le carré de la pulsation  $\omega$ ,  $f$  la fréquence propre et  $\mathbf{x}$  le vecteur de déplacement propre associé. Les modes propres manipulés  $(\lambda, \mathbf{x})$  sont à valeurs réelles. Ce type de problématique est activé par le mot-clé `TYPE_RESU='DYNAMIQUE'` et génère une structure de données Aster de type `mode_meca`, `mode_acou` ou `mode_gene` (suivant le type des données d'entrée).

- **La recherche de mode de flambement linéaire.** Dans le cadre de la théorie linéarisée, en supposant *a priori* que les phénomènes de stabilité sont convenablement décrits par le système d'équations obtenu en supposant la dépendance linéaire du déplacement par rapport au niveau de charge critique, la recherche du mode de flambement  $\mathbf{x}$  associé à ce niveau de charge critique  $\mu = -\lambda$ , se ramène à un problème généralisé aux valeurs propres de la forme

$$(\mathbf{K} + \mu \mathbf{K}_g) \mathbf{x} = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\mathbf{K}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x} = \lambda \underbrace{\mathbf{K}_g}_{\mathbf{B}} \mathbf{x}$$

avec  $\mathbf{K}$  matrice de rigidité matérielle et  $\mathbf{K}_g$  matrice de rigidité géométrique. Les modes propres manipulés  $(\lambda, \mathbf{x})$  sont à valeurs réelles. Ce type de problématique est activé par le mot-clé `TYPE_RESU='FLAMBEMENT'` et génère une structure de données Aster de type `mode_flamb`.

#### Attention:

- Dans le code, on ne traite que les valeurs propres du problème généralisé, les variables  $\lambda$ . Pour obtenir les véritables charges critiques, les variables  $\mu$ , il faut les multiplier par  $-1$ .
- En GEP, pour traiter des problèmes à modes complexes (matrices non symétriques et/ou à valeurs complexes), il faut utiliser `MODE_ITER_SIMULT (METHODE='SORENSEN'/'QZ')`.

Cet opérateur permet aussi l'étude de la **stabilité dynamique d'une structure en présence d'amortissements et/ou d'effets gyroscopiques**. Cela conduit à la résolution d'un problème modal d'ordre plus élevé, dit quadratique (QEP) [R5.01.02]. On recherche alors des valeurs et vecteurs propres complexes  $(\lambda, \mathbf{x})$ .

- Le problème consiste à trouver  $(\lambda, \mathbf{x}) \in (C, C^N)$  tels que

$$(\lambda^2 \mathbf{B} + \lambda \mathbf{C} + \mathbf{A}) \mathbf{x} = \mathbf{0}$$

où typiquement, en mécanique linéaire, **A** sera la matrice de rigidité, **B** la matrice de masse et **C** la matrice d'amortissement. Les matrices **A**, **B** et **C** sont des matrices symétriques et réelles. La valeur propre complexe  $\lambda$  est reliée à la fréquence propre  $f$  et à l'amortissement réduit  $\xi$  par  $\lambda = \xi(2\pi f) \pm i(2\pi f)\sqrt{1-\xi^2}$ . Ce type de problématique est activé par le mot-clé `TYPE_RESU='DYNAMIQUE'` et génère une structure de données Aster de type `mode_meca_c`.

## Attention:

- En QEP, pour traiter des problèmes à matrices non symétriques et/ou à valeurs complexes, il faut utiliser `MODE_ITER_SIMULT (METHODE='SORENSEN'/'QZ')`.
- Le flambement (`TYPE_RESU='FLAMBEMENT'`) n'est pas licite en QEP.
- Le test de Sturm n'est opérant qu'en GEP à matrices symétriques réelles. En dehors de ce cadre (QEP, GEP à matrices réelles non symétriques ou à matrice **A** complexe symétrique), l'option 'BANDE' est proscrite et la post-vérification basée sur Sturm n'est pas activée (paramètre `VERI_MODE/STURM` inopérant).

Pour résoudre ces problèmes modaux généralisés ou quadratiques, Code\_Aster propose différentes approches. Au delà de leurs spécificités numériques et fonctionnelles qui sont reprises dans les documents [R5.01.01/02], on peut les synthétiser sous la forme du tableau ci-dessous (**les valeurs par défaut sont matérialisées en gras**).

Opérateur/ Périmètre d'application	Algorithme	Mot-clé	Avantages	Inconvénients
<b>MODE_ITER_INV</b>				
<i>1<sup>ère</sup> phase (heuristique)</i>				<i>Uniquement symétrique réel (GEP et QEP).</i>
Calcul de quelques modes	Bissection (sans objet en QEP).	'SEPRE'		
Calcul de quelques modes	Bissection+ Sécante(GEP) ou Müller-Traub (QEP).	'AJUSTE'	Meilleure précision	Coût calcul
Amélioration de quelques estimations	Initialisation par l'utilisateur	'PROCHE'	Reprise de valeurs propres estimées par un autre processus. Coût calcul de cette phase quasi-nul	Pas de capture de multiplicité
<i>2<sup>ième</sup> phase (méthode des puissances inverses)</i>				<i>Uniquement symétrique réel (GEP et QEP)</i>
Méthode de base	Puissances inverses	'DIRECT'	Très bonne construction de vecteurs propres	Peu robuste
Option d'accélération	Quotient de Rayleigh (sans objet en QEP)	'RAYLEIGH'	Améliore la convergence	Coût calcul
<b>MODE_ITER_SIMULT</b>				
Calcul d'une partie du spectre	Bathe & Wilson	'JACOBI'		Peu robuste <i>Uniquement symétrique</i>

Opérateur/ Périmètre d'application	Algorithme	Mot-clé	Avantages	Inconvénients
				<i>réel (GEP)</i>
	Lanczos (Newman-Pipano en GEP et Jennings en QEP)	'TRI_DIAG'	Détection spécifique des modes rigides.	<i>Uniquement symétrique réel (GEP et QEP)</i>
	IRAM (Sorensen)	'SORENSEN'	Robustesse accrue. Meilleures complexités calcul et mémoire. Contrôle de la qualité des modes.	Méthode par défaut. <i>Portée en non symétrique et avec <b>A</b> complexe symétrique.</i>
Calcul de tout le spectre puis filtrage d'une partie.	QZ	'qz'	Méthode de référence en terme de robustesse.	Très coûteuse en CPU et en mémoire. A réserver au petits cas ( $<10^3$ ddls). <i>Portée en non symétrique et avec <b>A</b> complexe symétrique.</i>

Tableau 3.1-1. Récapitulatif des méthodes modales de Code\_Aster

Lorsqu'il s'agit de déterminer quelques valeurs propres simples bien discriminées ou d'affiner quelques estimations, l'opérateur `MODE_ITER_INV` (heuristique + puissance inverse), est souvent bien indiqué. Par contre, pour capturer une partie significatif du spectre, on a recourt à `MODE_ITER_SIMULT`, via les méthodes de sous-espace (Lanczos, IRAM, Jacobi) ou la méthode globale QZ (méthode très robuste mais coûteuse; à réserver aux petits cas).

C'est la seconde classe de méthode qui va nous intéresser ici.

Pour les méthodes de sous-espace, elle consiste à projeter le problème sur un espace dont la taille est supérieure au nombre de valeurs propres souhaitées mais très inférieure à celle du problème. On s'arrange pour que ce problème ait un spectre très proche de celle du problème initial et qu'il prenne une forme canonique (tridiagonale, Hessenberg etc.). Puis on applique un solveur modal global (Jacobi pour Bathe & Wilson, QR pour Lanczos/IRAM) sur ce problème simplifié. Enfin on convertit les modes obtenus dans l'espace de travail initial.

Quant à la méthode globale QZ, elle résoud directement et entièrement le problème initial (GEP ou QEP linéarisé) pour améliorer la robustesse du processus. Elle présente toutefois l'inconvénient de calcul tout le spectre. Elle est donc à réserver aux petits cas ( $<10^3$  degrés de liberté).

**Il est d'ailleurs tout à fait recommandé de profiter des points forts des deux classes de méthode en affinant les vecteurs propres obtenus par `MODE_ITER_SIMULT`, via `MODE_ITER_INV` (OPTION='PROCHE').** Cela permettra de réduire la norme du résidu final (cf. §3.6.2).

## Remarque:

*On conseille fortement une lecture préalable des documentations de référence [R5.01.01] [R5.01.02]. Elle donne à l'utilisateur les propriétés et les limitations, théoriques et pratiques, des méthodes modales abordées tout en reliant ces considérations, qui peuvent parfois paraître un peu éthérées, à un paramétrage précis des options.*

## 3.2 Opérandes `MATR_A`, `MATR_B`, `MATR_C`

♦ `MATR_A=A`

Matrice assemblée (symétrique réelle) de type `[matr_asse_*_R]` du GEP/QEP à résoudre.

- ♦ `MATR_B=B`  
Matrice assemblée (symétrique réelle) de type `[matr_asse_*_R]` du GEP/QEP à résoudre.
- ◇ `MATR_C=C`  
Matrice assemblée (symétrique réelle) de type `[matr_asse_*_R]` du QEP à résoudre.

### 3.3 Mot clé `TYPE_RESU`

- ◇ `TYPE_RESU=` / `'DYNAMIQUE'` [DEFAULT]  
/ `'MODE_FLAMB'`

Ce mot-clé permet de définir la nature du problème modal à traiter: recherche de fréquences de vibration (cas classique de dynamique avec ou sans amortissement et effets gyroscopiques) ou recherche de charges critiques (cas de la théorie du flambement linéaire, uniquement en GEP). Suivant cette classe d'appartenance, les résultats sont affichés et stockés différemment dans la structure de données:

- **En dynamique**, les fréquences sont ordonnées par ordre croissant du module de leur écart au shift (cf. [R5.01.01/02] §3,8/2.5). C'est la valeur de la variable d'accès `NUME_ORDRE` de la structure de donnée. L'autre variable d'accès, `NUME_MODE`, est égale à la véritable position modale dans la spectre de la valeur propre (déterminée par le test de Sturm cf. §3.6 [R5.01.01]). Ce test de Sturm n'est licite qu'en GEP à modes réels (matrices symétriques réelles), dans les autres cas de figures, GEP à modes complexes et QEP, on pose `NUME_MODE=NUME_ORDRE`.
- **En flambement**, les valeurs propres sont stockées par ordre croissant algébrique. Les variables `NUME_ORDRE` et `NUME_MODE` prennent la même valeur égale à cette ordre.

### 3.4 Mot clé `CALC_FREQ`

- ♦ `CALC_FREQ=_F(...)`  
Mot-clé facteur pour la définition des paramètres de la première phase de calcul (localisation des valeurs propres).  
En dehors de l'option `'PROCHE'`, pour les GEP, la localisation des valeurs propres s'effectue généralement par une séparation dichotomique des fréquences (pour les options `'AJUSTE'` et `'SEPRE'`), suivie d'une méthode de la sécante (pour l'option: `'AJUSTE'`). Pour les QEP, cette localisation s'effectue par une méthode de Müller-Traub (pour l'option: `'AJUSTE'`).

#### 3.4.1 Opérande `OPTION`

- ◇ `OPTION=`  
`'PROCHE'`  
On recherche le mode dont la valeur propre est la plus proche d'une valeur donnée. Cette valeur est indiquée par:
  - l'argument `lfreq` du mot clé `FREQ` pour un GEP de type dynamique (`TYPE_RESU='DYNAMIQUE'`).
  - l'argument `lcharc` du mot clé `CHAR_CRIT` pour un GEP de type flambement linéaire (`TYPE_RESU='MODE_FLAMB'`).
  - les arguments `lfreq` et `lamor` des mot clé `FREQ` et `AMOR_REDUIT` pour un QEP de type dynamique (`TYPE_RESU='DYNAMIQUE'`).Il y a autant de recherches de modes que de termes dans cette liste (ou ces listes). Si on souhaite calculer un mode multiple, il ne faut pas utiliser cette option car on ne trouvera qu'un seul mode.
- `'SEPRE'`  
On sépare les valeurs propres par une méthode de bisection basée sur le critère de Sturm. Les bornes de l'intervalle de recherche sont:
  - les arguments de la liste `lfreq` du mot clé `FREQ` pour un problème généralisé ou quadratique de type dynamique (`TYPE_RESU='DYNAMIQUE'`).



- les arguments de la liste `lcharc` du mot clé `CHAR_CRIT` pour un problème généralisé de type flambement linéaire (`TYPE_RESU= 'MODE_FLAMB'`).

**'AJUSTE' [DEFAULT]**

Après avoir séparé les fréquences propres via l'option '`SEPARE`' (en GEP uniquement), on effectue des itérations supplémentaires soit par la méthode de la sécante (GEP) soit par la méthode de Müller-Traub (QEP) pour obtenir une meilleure précision sur la valeur propre.

### 3.4.2 Opérande `FREQ`

◇ `FREQ=lfreq`

Pour un problème de recherche de valeur propres de type dynamique (`TYPE_RESU= 'DYNAMIQUE'`), ce mot-clé correspond à la liste des fréquences dont l'utilisation dépend de l'OPTION choisie.

Si `OPTION= 'PROCHE'` est retenue: c'est la liste des fréquences dont on cherche le mode le plus proche. La liste a au moins 1 élément et est ordonnée par ordre croissant.

Si `OPTION= 'SEPARE'` ou '`AJUSTE`': ce sont les bornes des intervalles de recherche

$$FREQ = (f_1, f_2, \dots, f_{n-1}, f_n)$$

On cherchera à séparer les fréquences dans les intervalles

$$[f_1, f_2], [f_2, f_3] \dots [f_{n-2}, f_{n-1}], [f_{n-1}, f_n]$$

La liste a au moins deux éléments. Les fréquences sont positives. On vérifie que les fréquences sont données dans l'ordre croissant.

### 3.4.3 Opérande `AMOR_REDUIT`

◇ `AMOR_REDUIT=lamor`

Pour le QEP de type dynamique (`TYPE_RESU= 'DYNAMIQUE'`) et si l'option `PROCHE` a été choisie, on peut initialiser la méthode des itérations inverses à partir d'une valeur propre initiale complexe. Pour construire cette valeur complexe, on utilise la liste des arguments donnés sous les mot-clés `FREQ` (liste de fréquences) et `AMOR_REDUIT` (liste d'amortissements).

Ces deux listes doivent avoir le même nombre d'arguments.

### 3.4.4 Opérande `CHAR_CRIT`

◇ `CHAR_CRIT=lcharc`

Pour un problème de recherche de valeur propres de type flambement d'Euler (`TYPE_RESU= 'MODE_FLAMB'`), ce mot-clé correspond à la liste des charges critiques dont l'utilisation dépend de l'OPTION choisie.

Si `OPTION= 'PROCHE'`: c'est la liste des charges critiques dont on cherche le mode le plus proche. La liste a au moins 1 élément.

Si `OPTION= 'SEPARE'` ou '`AJUSTE`': ce sont les bornes des intervalles de recherche

$$CHAR\_CRIT = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}, \lambda_n)$$

On cherchera à séparer les charges critiques dans les intervalles

$$[\lambda_1, \lambda_2], [\lambda_2, \lambda_3] \dots [\lambda_{n-2}, \lambda_{n-1}], [\lambda_{n-1}, \lambda_n]$$

La liste a au moins deux éléments. Les charges critiques sont négatives ou positives. On vérifie que les charges critiques sont données dans l'ordre croissant.

### 3.4.5 Opérande `NMAX_FREQ`

◇ `NMAX_FREQ=nf` **0** **[DEFAULT]**

Nombre maximum de valeurs propres à calculer. Cet opérande est ignoré pour l'option '`PROCHE`'. Pour les autres options, si l'utilisateur ne renseigne pas ce mot-clé, toutes les valeurs propres contenues dans les intervalles précisés par l'utilisateur sont calculées. Sinon, les `NMAX_FREQ` premières valeurs propres, donc les plus basses, sont calculées

## 3.4.6 Opérands de la bisection (si `OPTION= 'SEPRE'` ou `'AJUSTE'`)

- ◇ `NMAX_ITER_SEPRE=nis` (30) [DEFAULT]
  - ◇ `PREC_SEPRE =ps` (1.10<sup>-4</sup>) [DEFAULT]
- Paramètres d'ajustement du nombre d'itérations et de la précision de séparation pour la recherche par dichotomie. Ces opérands sont ignorés pour l'option `'PROCHE'` (Cf. [R5.01.01] §4.2).

### Remarque:

*Lors des premiers passages, il est fortement conseillé de ne pas modifier ces paramètres qui concernent plutôt les arcanes de l'algorithme et qui sont initialisés empiriquement à des valeurs standards.*

## 3.4.7 Opérands de la sécante (si `OPTION= 'AJUSTE'`)

- ◇ `NMAX_ITER_AJUSTE = nia` (15) [DEFAULT]
  - ◇ `PREC_AJUSTE = pa` (1.10<sup>-4</sup>) [DEFAULT]
- Paramètres d'ajustement du nombre d'itérations et de la précision de séparation pour la méthode de la sécante. Ces opérands ne servent qu'à l'option `'AJUSTE'` (Cf. [R5.01.01] §4.2).

### Remarque:

*Lors des premiers passages, il est fortement conseillé de ne pas modifier ces paramètres qui concernent plutôt les arcanes de l'algorithme et qui sont initialisés empiriquement à des valeurs standards.*

## 3.4.8 Opérands `SEUIL_FREQ`, `PREC_SHIFT`, `NMAX_ITER_SHIFT`

- ◇ `PREC_SHIFT = ps` (0.05) [DEFAULT]
- ◇ `SEUIL_FREQ = sf` (0.01) [DEFAULT]
- ◇ `NMAX_ITER_SHIFT = ns` (5) [DEFAULT]

Le déroulement d'un calcul modal dans cet opérateur requiert la factorisation  $LDL^T$  de matrices dynamiques  $Q(\lambda)$  du type (cf. [R5.01.01/02] §2.5/3.8)

$$Q(\lambda) := A - \lambda B \quad (\text{GEP})$$
$$Q(\lambda) := \lambda^2 B + \lambda C + A \quad (\text{QEP})$$

Ces factorisation sont tributaires d'instabilités numériques lorsque le shift  $\lambda$  est proche d'une valeur propre du problème. Cette détection s'opère en comparant la perte de décimales des termes diagonaux de cette factorisée par rapport à leurs valeurs initiales (en valeur absolue). Si le maximum de cette perte est supérieure à `ndeci`<sup>1</sup>, la matrice est supposée singulière et on cherche une valeur décalée du shift (à chaque fois de `ps`%) procurant une matrice inversible. On réitère l'opération `ns` fois (cf. [R5.01.01] algorithme n°1). Si au bout de ces `ns` tentatives, la matrice décalée n'est toujours pas inversible, on émet une information, une alarme ou on s'arrête en erreur fatale, suivant les cas de figure.

Si au cours de ces décalages, le shift prend une valeur inférieure (en module) à `sf`, alors on lui impose la valeur  $\lambda = -sf$ . Ce paramètre correspond à une valeur seuil en dessous de laquelle on considère qu'on a une valeur numériquement nulle. Cette imposition permet ainsi de distinguer ces modes rigides du reste du spectre.

Cette valeur `sf` sert aussi à détecter les valeurs propres quasi-nulles lors du post-traitement de vérification sur la norme du résidu (cf. [R5.01.01/02] algorithme n°2/n°1).

### Remarque:

*Lors des premiers passages, il est fortement conseillé de ne pas modifier ces paramètres qui concernent plutôt les arcanes de l'algorithme et qui sont initialisés empiriquement à des valeurs standards.*

<sup>1</sup> Valeur fixée via le paramètre `NPREC` du mot-clé `SOLVEUR` (par défaut `ndeci=8`).

## 3.5 Mot clé `CALC_MODE`

- ◇ `CALC_MODE=_F(...`  
Mot-clé facteur pour la définition des paramètres de calcul de la deuxième phase de calcul (méthode des puissances inverses).

### 3.5.1 Opérande `OPTION`

- ◇ `OPTION=`  
Définition de la méthode des puissances inverses (cf. [R5.01.01/02] §4.3/3.3):
- |                         |  |
|-------------------------|--|
| <code>'DIRECT'</code>   | méthode standard en GEP ou variante de Jennings en QEP.      |
| <code>[DEFAULT]</code>  |  |
| <code>'RAYLEIGH'</code> | Accélération via le quotient de Rayleigh (uniquement en GEP) |

### 3.5.2 Opérande `NMAX_ITER`

- ◇ `NMAX_ITER=nim (30) [DEFAULT]`  
Nombre maximum d'itérations de la méthode des puissances inverses pour la recherche des modes propres.

### 3.5.3 Opérande `PREC`

- ◇ `PREC=pm (1.10-5) [DEFAULT]`  
Test d'arrêt de la méthode des puissances inverses.

## 3.6 Opérande `SENSIBLITE`

- ◇ `SENSIBILITE=`  
Active le calcul de la dérivée des modes par rapport à un paramètre sensible du problème.  
Il est à noter qu'à l'heure actuelle, la dérivée des modes multiples n'est pas disponible, car elle pose des problèmes théoriques et pratiques particuliers.  
Le document [U4.50.02] précise le fonctionnement du mot clé.

## 3.7 Mot clé `VERI_MODE`

- ◇ `VERI_MODE=_F(...`  
Mot clé facteur pour la définition des paramètres de la vérification des modes propres ([R5.01.01/02] §3.8/2.5).

#### Remarques:

- Lors des premiers passages, il est fortement conseillé de ne pas modifier ces paramètres qui concernent plutôt les arcanes de l'algorithme et qui sont initialisés empiriquement à des valeurs standards.
- Contrairement à son alter-ego, `MODE_ITER_SIMULT`, ce mot-clé facteur ne comporte pas de mot-clé du type `STURM` et `PREC_SHIFT`. La phase de post-traitement et de vérification ne comporte en effet pas de test de Sturm qui serait redondant avec la première partie heuristique. Les méthodes de type «puissance» étant moins robustes que celles de type «sous-espace», la valeur par défaut du seuil  $r$  est moins exigeante ( $10^{-2}$  au lieu de  $10^{-6}$ ).

### 3.7.1 Opérande `STOP_ERREUR`

- ◇ `STOP_ERREUR='OUI' [DEFAULT]`  
`/'NON'`  
Permet d'indiquer à l'opérateur s'il doit s'arrêter ('OUI') ou continuer ('NON') dans le cas où l'un des critères `SEUIL` ou `STURM` (uniquement avec `MODE_ITER_SIMULT`) n'est pas vérifié.  
Par défaut le concept de sortie n'est pas produit.

## 3.7.2 Opérande `SEUIL`

- ◇ `SEUIL=r` (1.10<sup>-2</sup>) [DEFAULT]  
Seuil de tolérance pour la norme d'erreur relative du mode au dessus duquel il est considéré comme faux ou trop approximé (cf. [R5.01.01/02] algorithme n°2/n°1).

## 3.8 Opérande `INFO`

- ◇ `INFO=/1` [DEFAULT]  
/2

Indique le niveau d'impression dans le fichier `MESSAGE` (.mess).

- 1 Impression sur le fichier 'MESSAGE' des valeurs propres, de leur position modale, de l'amortissement réduit, de la norme d'erreur *a posteriori* et de certains paramètres utiles pour suivre le déroulement du calcul.
- 2 Impression plus fournie plutôt réservée aux développeurs.

## 3.9 Opérande `TITRE`

- ◇ `TITRE=ti`  
Titre attaché au concept produit par cet opérateur [U4.03.01].

## 4 Phase d'exécution

### 4.1 Vérification

Les matrices **A**, **B** et **C**, arguments des mots clé `MATR_A`, `MATR_B` et `MATR_C`, doivent être cohérentes entre elles (c'est à dire s'appuyer sur la même numérotation et le même mode de stockage).

L'opérateur vérifie que pour les options '`SEPRE`' et '`AJUSTE`', la liste des valeurs des arguments du mot clé `FREQ` a, au moins, deux termes.

Il vérifie aussi une certaine cohérence des paramètres des différents algorithmes.

### 4.2 Exécution

Pour l'option '`AJUSTE`', si la séparation n'est pas possible et que dans un intervalle donné il y a plus d'une valeur de fréquence propre, on n'applique pas la méthode d'ajustement à cet intervalle. Par contre, on effectuera lors du calcul des modes des réorthogonalisations par rapport aux modes précédents contenus dans l'intervalle (ceci permet de calculer des modes associés à une fréquence multiple).

Pour l'option '`SEPRE`', ayant obtenu un intervalle cernant une fréquence propre, on prend pour le calcul du mode le milieu de l'intervalle. Lors du calcul du mode, la valeur de la fréquence propre est encore affinée. C'est le résultat de l'itération inverse proprement dit.

## 5 Paramètres modaux/ Norme des modes/ Position modale

En sortie de cet opérateur, les modes propres réels ou complexes sont normalisés à la plus grande des composantes qui n'est pas un multiplicateur de Lagrange. Pour choisir une autre norme, il faut utiliser la commande `NORM_MODE`[U4.52.11].

Dans le cas d'un calcul dynamique, la structure de données `mode_meca_*`, contient, en plus des fréquences de vibration et des déformées modales associées, des paramètres modaux (masse généralisée, raideur généralisée, facteur de participation, masse effective). On trouvera la définition de ces paramètres dans [R5.01.03].

Dans le cas d'un calcul de flambement linéaire, la structure de données `mode_flamb`, ne contient que les charges critiques et les déformées associées.

Dans le cas d'un calcul dynamique à modes réels (matrices symétriques réelles), la position modale des modes correspond à la position du mode dans l'ensemble du spectre défini par les matrices et **A** et **B**.

Dans le cas d'un calcul de flambement linéaire, les positions modales des charges critiques sont attribuées de 1 à `nf` (`nf` étant le nombre de charges critiques calculées) en classant les charges critiques par ordre croissant en valeur absolue. Toutes les positions modales sont donc positives.

Pour l'option `PROCHE`, les positions modales sont attribuées de 1 à `nf` (`nf` étant le nombre de valeurs propres calculées), en prenant les valeurs propres dans l'ordre de la liste renseignée sous `FREQ` ou `CHAR_CRIT`.

## 6 Impression des résultats

Pour afficher les paramètres modaux associés à chaque mode et les coordonnées des modes, il faut utiliser l'opérateur `IMPR_RESU`[U4.91.01] de la manière suivante:

- Affichage des paramètres modaux seulement sous forme de table:

```
IMPR_RESU ( RESU=_F ( RESULTAT=mode,
                    TOUT_PARA='OUI',
                    TOUT_CHAM='NON' ) );
```

- Affichage des paramètres modaux et des vecteurs propres:

```
IMPR_RESU( RESU=_F(RERESULTAT=mode,  
                  TOUT_PARA='OUI',  
                  TOUT_CHAM='OUI'));
```

## 7 Exemples

Soient `masse` et `rigidite` deux matrices préalablement assemblées par l'opérateur `ASSE_MATRICE` à partir de matrices élémentaires de masse (`OPTION='MASS_MECA'`) et de rigidité (`OPTION='RIGI_MECA'`).

On calcule les modes de fréquence propre compris dans la bande 50Hz à 150Hz avec l'opérateur `MODE_ITER_INV` comme suit:

```
mode=MODE_ITER_INV  
( MATR_A=rigidite,  
  MATR_B=masse,  
  CALC_FREQ=_F(OPTION='AJUSTE',  
               FREQ=(50.,150.))  
)
```

On calcule les modes de fréquence propre les plus proches des fréquences 20Hz et 50Hz avec l'opérateur `MODE_ITER_INV` comme suit:

```
mode=MODE_ITER_INV  
( MATR_A=rigidite,  
  MATR_B=masse,  
  CALC_FREQ=_F(OPTION='PROCHE',  
               FREQ=(50.,150.)),  
  CALC_MODE=_F(OPTION='RAYLEIGH')  
)
```

L'accélération de convergence en utilisant le coefficient de Rayleigh a été sélectionnée.

## 8 Remarques d'utilisation

Le coût de cet opérateur peut être élevé car:

- chaque dichotomie nécessite une factorisation (si `OPTION='SEPRE'`),
- chaque itération de sécante ou de Müller-Traub (si `OPTION='AJUSTE'`) nécessite aussi une factorisation.

Il peut être plus judicieux de faire:

- une recherche de valeurs propres par l'opérateur `MODE_ITER_SIMULT` [U4.52.03],
- puis d'affiner les résultats obtenus par `MODE_ITER_INV` en utilisant l'option '`PROCHE`' de `CALC_FREQ` et l'option '`RAYLEIGH`' de `CALC_MODE` pour améliorer les vecteurs propres.