

Manuel d'Utilisation
Fascicule U4.8- : Post-traitement et analyses dédiées
Document : U4.82.03

Opérateur *CALC_G_THETA_T*

1 But

Calculer le taux de restitution d'énergie en 2 ou 3D et les facteurs d'intensité de contrainte en 2D.

Cet opérateur calcule les grandeurs de mécanique de la rupture suivantes :

- le taux de restitution d'énergie G en 2D ou en 3D par la méthode θ dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire [R7.02.01] et [R7.02.03],
- la forme bilinéaire g , fonction d'une série de déplacements, telle que $g(u,u)=G(u)$,
- les facteurs d'intensité de contraintes $K1$ et $K2$ en 2D (déformations planes ou contraintes planes) par la méthode des déplacements singuliers dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire [R7.02.05].

Pour des études mécano-fiabilistes d'évaluation de probabilité d'amorçage de la rupture, on calcule en plus du taux de restitution d'énergie G , sa dérivée par rapport à une variation de domaine pilotée par une fonction θ adéquate [R7.02.01][R4.03.01]. Cette option se limite aux problèmes thermo-élastiques linéaires 2D s'appuyant sur des éléments finis quadratiques.

Avant une première utilisation, il est conseillé de se référer aux documents de référence correspondants.

Les fonctionnalités concernant le taux de restitution d'énergie avec propagation Lagrangienne (c'est-à-dire pour une extension de la fissure en utilisant le même maillage) en 2D ou en 3D dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire sont décrites dans le document [R7.02.04].

Cet opérateur génère un concept de type `table`.

2 Syntaxe

```
[tabl_*] = CALC_G_THETA_T
(
  ♦  MODELE      = mo,                [modele]
  ♦  CHAM_MATER  = mater,            [cham_mater]
  ♦  THETA       = theta,            [cham_no_DEPL_R]

#  récupération du champ de déplacements

  ♦  /  DEPL      = depl,            [cham_no_DEPL_R]
  /  RESULTAT    = resu,            / [evol_elas]
                                      / [evol_noli]

  ♦  /  TOUT_ORDRE = 'OUI',          [DEFAULT]
  /  NUME_ORDRE  = l_ordre,          [l_I]
  /  LIST_ORDRE  = lis,              [listis]
  /  INST        = l_inst,           [l_R8]
  /  LIST_INST   = l_reel,           [listr8]
  ♦  |  PRECISION = /  prec,          [R]
  /  1.0D-6,          [DEFAULT]
  |  CRITERE     = /  'RELATIF',      [DEFAULT]
  /  'ABSOLU' ,

#  chargement

  ♦  CHARGE      = charge ,          [l_char_meca]
  ♦  SYME_CHAR   = /  'SANS' ,        [DEFAULT]
  /  'SYME' ,
  /  'ANTI' ,

#  comportement

  ♦  /  COMP_ELAS =_F (
  ♦  RELATION    = /  'ELAS',          [DEFAULT]
  /  'ELAS_VMIS_LINE',
  /  'ELAS_VMIS_TRAC',
  ♦  DEFORMATION = /  'PETIT',          [DEFAULT]
  /  'GREEN',
  ♦  /  TOUT      = 'OUI',            [DEFAULT]
  /  |  GROUP_MA  = lgrma,            [l_gr_maille]
  |  MAILLE      = lma ,             [l_maille]
  ),
  /  COMP_INCR =_F (
  ♦  RELATION    = /  'ELAS',          [DEFAULT]
  /  'VMIS_ISOT_TRAC',
  /  'VMIS_ISOT_LINE',
  /  'VMIS_CINE_LINE',
  ♦  DEFORMATION = /  'PETIT' ,        [DEFAULT]
  /  'PETIT_REAC' ,
  ♦  /  TOUT      = 'OUI' ,           [DEFAULT]
  /  |  GROUP_MA  = lgrma ,           [l_gr_maille]
  |  MAILLE      = lma ,             [l_maille]
  ),
  ♦  ETAT_INIT =_F (
  ♦  /  |  DEPL      = dep ,           [cham_no_DEPL_R]
  |  SIGM          = sig ,           / [carte_SIEF_R]
                                      / [cham_elem_SIEF_R]
  ),
```

```
# option demandée : - calcul du taux de restitution d'énergie G
#                  - calcul des coefficients d'intensité de
#                  - contraintes K1 et K2
#                  - calcul de G avec propagation Lagrangienne
#                  - calcul de la forme bilinéaire g
#                  - calcul de la dérivée de G par rapport à une
#                    variation de domaine.

    ◇ OPTION = / 'CALC_G' , [DEFAULT]
#
#                  / ♦ 'CALC_K_G' ,
#                  ♦ / FOND_FISS = fiss , [fond_fiss]
#
#                  / ♦ 'CALC_G_LAGR' ,
#                  ♦ PROPAGATION = alpha , [l_Kn]
#
#                  / 'G_BILINEAIRE' ,
#
#                  / ♦ 'CALC_G_MAX' ,
#                  ♦ BORNES =_F (
#                      ♦ NUME_ORDRE = num , [I]
#                      ♦ VALE_MIN = qmin , [R]
#                      ♦ VALE_MAX = qmax , [R]
#                      ) ,

    ◇ SENSIBILITE = ( ... voir [U4.50.02])
    ◇ TITRE = titre , [l_Kn]

# impression d'informations

    ◇ INFO = / 1 , [DEFAULT]
#                  / 2 ,
#
# )
```

3 Opérandes

3.1 Opérande MODELE

◆ `MODELE = mo`

`mo` est le nom du modèle sur lequel sont calculés G , K_1 et K_2 . Il est généré par la commande `AFFE_MODELE` [U4.41.01].

Le calcul du taux de restitution d'énergie G (option '`CALC_G`') est valable pour les modélisations suivantes :

- `D_PLAN`,
- `C_PLAN`,
- `AXIS`,
- `3D`.

Ces modélisations correspondent :

- pour un milieu bidimensionnel à des triangles à 3 ou 6 nœuds, des quadrangles à 4, 8 ou 9 nœuds et des segments à 2 ou 3 nœuds,
- pour un milieu tridimensionnel à des hexaèdres à 8, 20 ou 27 nœuds, des pentaèdres à 6 ou 15 nœuds, des tétraèdres à 4 ou 10 nœuds, des pyramides à 5 ou 13 nœuds, des faces à 4, 8 ou 9 nœuds.

Le calcul des facteurs d'intensité de contraintes K_1 , K_2 (option '`CALC_K_G`') est possible pour les modélisations suivantes :

- `D_PLAN`,
- `C_PLAN`.

A ce jour l'option n'est pas développée pour les modélisations axisymétrique et 3D.

Pour une fissure plane dans un matériau élastique, homogène et isotrope, on peut également accéder aux valeurs de K_1 , K_2 et K_3 par extrapolation des sauts de déplacements sur les lèvres de cette fissure : commande `POST_K1_K2_K3` [U4.82.05].

Le calcul de la dérivée du taux de restitution d'énergie par rapport à une variation de domaine n'est licite que pour les modélisations 2D (`D_PLAN`, `AXIS` et `C_PLAN`) en thermo-élasticité linéaire.

Attention :

Avec cette option, la configuration contraintes planes n'est d'ailleurs prise en compte qu'en post-traitement du calcul de mécanique, c'est-à-dire pour la détermination des tenseurs des déformations et des contraintes à partir des déplacements. Elles ne doit pas apparaître lors du calcul de sensibilité de MECA_STATIQUE qui ne supporte que les modélisations D_PLAN et AXIS. Dans une telle configuration l'utilisateur est bien sûr seul juge de la pertinence de ses résultats.

3.2 Opérande CHAM_MATER

◆ `CHAM_MATER = mater`

`mater` est le champ de matériau produit par la commande `AFFE_MATERIAU` [U4.43.02].

Il permet de récupérer les caractéristiques du matériau :

- module d'YOUNG E ,
- coefficient de POISSON ν ,
- coefficient de dilatation thermique α (pour un problème thermo-mécanique),
- limite d'élasticité σ_y (pour un problème élastique non linéaire),
- pente de la courbe de traction D_SIGM_EPSI (pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage isotrope linéaire).

Ces caractéristiques peuvent dépendre de la température uniquement pour l'option '`CALC_G`'. Elles doivent être indépendantes de la température pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes (option '`CALC_K_G`').

Le calcul de sensibilité n'a été développé que pour des matériaux élastiques indépendants de la température. Ils peuvent par contre être hétérogènes.

Les caractéristiques `SY` et `D_SIGM_EPSI` ne sont traitées que pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage de von Mises et avec l'option de calcul du taux de restitution d'énergie '`CALC_G`'. Le calcul des coefficients d'intensité de contraintes est traité uniquement en élasticité linéaire.

Pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes (option '`CALC_K_G`'), les caractéristiques doivent être définies sur tous les matériaux, y compris sur les éléments de bord, du fait de la méthode de calcul [R7.02.05]. Pour s'assurer de ce fait, il est conseillé de faire un `AFFE = _F` (`TOUT = 'OUI'`) dans la commande `AFFE_MATERIAU` [U4.43.03], quitte à utiliser la règle de surcharge ensuite.

Problème du bi-matériau :

1^{er} cas : On a un bi-matériau mais la pointe de fissure est dans un seul matériau.

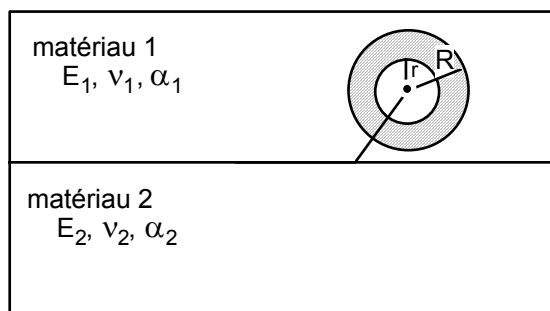


Figure 3.2-a : Bi-matériau : 1^{er} cas

Si on est assuré que la couronne, définie entre les rayons inférieur r et supérieur R (dans la commande `CALC_THETA` [U4.82.02]), a comme support des éléments du même matériau, le calcul est possible quelque soit l'option choisie. Sinon seule l'option '`CALC_G`' est possible.

2nd cas : On a un bi-matériau où la pointe de fissure est à l'interface.

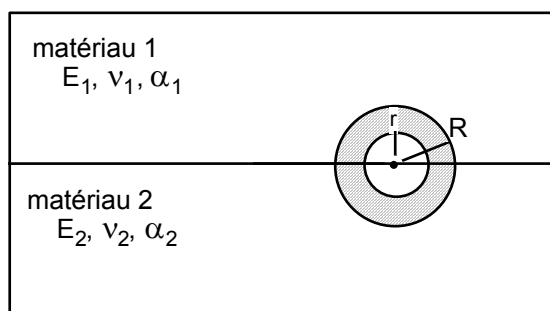


Figure 3.2-b : Bi-matériau : 2nd cas

A ce jour, seule l'option de calcul du taux de restitution d'énergie (option '`CALC_G`') est disponible. Le calcul de coefficients d'intensité de contraintes K_1 et K_2 n'est pas possible dans ce cas.

3.3 Opérande THETA

- ♦ `THETA = theta`

Le champ θ est un champ de vecteur en chaque nœud du maillage. C'est un concept de type `cham_no_DEPL_R`. Il peut être affecté directement avec la commande `AFFE_CHAM_NO` [U4.44.11]. Dans la pratique, il est généralement issu de la commande spécifique `CALC_THETA` [U4.82.02] qui permet d'affecter le module, la direction du champ θ et les rayons de la couronne entourant le fond de fissure.

Pour plus de précisions se reporter à [R7.02.01 §3].

Conseils :

- *Eviter d'utiliser un champ θ défini avec un rayon inférieur nul. Les champs de déplacements sont singuliers en fond de fissure et introduisent des résultats imprécis en post-traitement de mécanique de la rupture.*
- *Il est conseillé d'utiliser successivement la commande `CALC_G_THETA_T` avec au moins 3 champs θ de couronnes différentes pour s'assurer de la stabilité des résultats. En cas de variation importante (supérieure à 5-10%) il faut s'interroger sur la bonne prise en compte de toute la modélisation.*
- *En 2D, ce champ θ permettant de cerner la zone de calcul autour de la fissure est complètement indépendant du champ θ lié au calcul de sensibilité. L'option prend en compte leurs éventuels recouvrements de supports, voire le déplacement de l'un par rapport à l'autre.*

3.4 Opérandes DEPL / RESULTAT

Ces opérandes permettent de récupérer le champ de déplacement à partir d'un champ aux nœuds ou extrait d'un résultat.

3.4.1 Opérande DEPL

- ♦ `/ DEPL = depl`

`depl` est un champ aux nœuds solution du calcul sur `mo`.

3.4.2 Opérande RESULTAT

`/ RESULTAT = resu`

Nom d'un concept résultat de type `evol_elas` ou `evol_noli`.

3.4.3 Opérandes TOUT_ORDRE / NUME_ORDRE / LIST_ORDRE / INST / LIST_INST / PRECISION / CRITERE

Ces opérandes sont utilisés avec l'opérande `RESULTAT`. Voir [U4.71.00].

3.5 Opérande CHARGE

◇ CHARGE = charge

Permet de récupérer une liste de chargements *charge* issus des commandes AFPE_CHAR_MECA ou AFPE_CHAR_MECA_F [U4.44.01]. Il faut veiller à ce que les charges indiquées ici aient bien été prises en compte dans le calcul mécanique précédent qui a produit le champ de déplacements.

- pour AFPE_CHAR_MECA, les valeurs affectées ne dépendent d'aucun paramètre et sont définies par valeurs réelles,
- pour AFPE_CHAR_MECA_F, les valeurs affectées sont fonctions d'un ou plusieurs paramètres à choisir dans l'ensemble {INST, x, y, z}.

Les chargements supportés actuellement par les différentes modélisations sont les suivantes :

Option	Modélisation	mot clé de ou	Chargement AFPE_CHAR_MECA AFPE_CHAR_MECA_F
CALC_G	C_PLAN, D_PLAN, AXIS	TEMP_CALCULEE FORCE_INTERNE PRES_REP EPSI_INIT	FORCE_CONTOUR PESANTEUR ROTATION
CALC_G	3D	TEMP_CALCULEE FORCE_INTERNE PRES_REP EPSI_INIT	FORCE_FACE PESANTEUR ROTATION
CALC_K_G	C_PLAN, D_PLAN	TEMP_CALCULEE FORCE_INTERNE PRES_REP FORCE_CONTOUR EPSI_INIT	PESANTEUR ROTATION
CALC_K_G	AXIS, 3D	Modélisations	non disponibles

Tableau 3.5-a : Périmètre, par modélisation, des chargements licites.

Remarque :

Les chargements non supportés par une option sont ignorés. A ce jour, les chargements suivants pouvant avoir un sens en mécanique de la rupture ne sont pas traités :

- *FORCE_NODALE*
- *FORCE_ARETE*
- *DDL_IMPO* sur les lèvres de la fissure
- *FACE_IMPO*

Il est important de noter que les seuls chargements pris en compte dans un calcul de mécanique de la rupture avec la méthode θ sont ceux supportés par les éléments à l'intérieur de la couronne, où le champ de vecteurs θ est non nul (entre R_{inf} et R_{sup} [R7.02.01 §3.3]). Les seuls types de charge susceptibles d'influencer le calcul de G sont donc les chargements volumiques (pesanteur, rotation), un champ de température non uniforme ou des efforts appliqués sur les lèvres de la fissure.

Attention :

- Si la liste des charges comporte plus d'une charge, un chargement de même nature (par exemple force volumique) ne peut figurer que dans une seule charge. Dans le cas contraire, seule la dernière charge est prise en compte. On applique aussi une règle d'exclusion lors de la présence simultanée d'un champ de déformations (via 'EPSI_INIT') et de déplacements initiaux (via 'ETAT_INIT/DEPL' cf. [§3.9]). Seul un des deux doit subsister.
- Si le champ de déplacement *depl* a été calculé par une charge avec un coefficient multiplicateur différent de 1., on devra, pour obtenir le G correspondant au champ *depl*, introduire dans l'opérande CHARGE la charge en question multipliée par ce coefficient (voir COMB_CHAM_NO [U4.72.02] pour ces deux problèmes).
- Si on fait un calcul en grandes transformations (mot clé DEFORMATION : 'GREEN' sous le mot clé facteur COMP_ELAS ou DEFORMATION = 'PETIT_REAC' sous le mot clé facteur COMP_INCR) les chargements supportés doivent être des charges mortes, typiquement une force imposée et pas une pression [R7.02.03 §2.4]; ces charges doivent avoir été déclarées comme non suivieuses dans STAT_NON_LINE.

Lors du calcul de la dérivée de G par rapport à une variation de domaine (calcul de sensibilité), seuls les chargements PRES_REP et TEMP_CALCULEE sont utilisables dans la totalité du processus. Cette restriction logicielle n'est due qu'au développement limité de l'option SENSIBILITE dans l'opérateur MECA_STATIQUE. Comme pour la modélisation C_PLAN, les autres types de chargement ne sont pris en compte qu'en post-traitement du calcul de mécanique. **Ils ne peuvent et ils ne doivent intervenir** que pour l'assemblage des termes de la dérivée. Ils sont donc modélisés par des AFFE_CHAR_MECA ou AFFE_CHAR_MECA_F insérés entre MECA_STATIQUE et CALC_G_THETA_T (cf. [§3.10], [§5.3]).

D'autre part on ne peut, pour l'instant, que manipuler des chargements indépendants de la variation de domaine, dans leurs définitions intrinsèques comme dans celles de leurs supports. En d'autres termes, leurs dérivées eulériennes doivent être nulles.

3.6 Opérande SYME_CHAR

```
◇ SYME_CHAR = / 'SANS' , [DEFAULT]
               / 'SYME' ,
               / 'ANTI' ,
```

Le mot clé SYME_CHAR permet d'indiquer si le chargement est symétrique ou antisymétrique dans le cas où on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure. Ce mot clé peut être indispensable si on utilise l'option 'CALC_K_G' pour calculer les facteurs d'intensité de contraintes : il permet d'affecter K_2 à 0. si le chargement est symétrique par rapport à la fissure ou K_1 à 0. s'il est antisymétrique.

Ce mot clé permet également de multiplier par 2, les valeurs du taux de restitution d'énergie G et sa dérivée éventuelle, si on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure.

	'SANS'	'SYME'	'ANTI'
G	G(θ)	2.D0*G(θ)	2.D0*G(θ)
K₁	K ₁	K ₁	0.D0
K₂	K ₂	0.D0	K ₂

Tableau 3.6-a : Prise en compte de la symétrie

3.7 Mot clé COMP_ELAS

◇ COMP_ELAS =

Ce mot clé facteur permet de définir la relation de comportement du matériau utilisée pour ce post-traitement de mécanique de la rupture.

Par défaut la relation de comportement est élastique linéaire en petites déformations.

Le calcul de la dérivée de G par rapport à une variation de domaine est restreint à l'élasticité linéaire (en pré et post-traitement), par contre il a été aussi étendu aux déformations de Green-Lagrange.

Attention :

Rien n'interdit d'affecter un comportement différent lors du calcul des déplacements (par exemple élastoplastique) puis de réaliser ce post-traitement avec une autre relation (par exemple élastique non-linéaire). L'utilisateur est responsable de l'interprétation des résultats obtenus [R7.02.03].

3.7.1 Opérande RELATION

◇ RELATION =

/ 'ELAS'

Relation de comportement élastique linéaire c'est-à-dire que la relation entre les déformations et les contraintes considérées est linéaire [R7.02.01 §1.1].

/ 'ELAS_VMIS_LINE'

Relation de comportement élastique non linéaire, de von Mises à écrouissage isotrope linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT_NON_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS_ISOT_LINE) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

/ 'ELAS_VMIS_TRAC'

Relation de comportement élastique non linéaire, de von Mises à écrouissage isotrope non linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT_NON_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS_ISOT_TRAC) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

3.7.2 Opérande DEFORMATION

◇ DEFORMATION = / 'PETIT'

Les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les relations linéarisées :

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$$

/ 'GREEN'

Les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les déformations de Green-Lagrange [R7.02.03 §2.1] :

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j})$$

Attention :

- Les chargements supportés sont ceux supportés en élastique linéaire à condition que ce soient des charges mortes : charge imposée ou pression non suiveuse.
- Les déplacements et les rotations peuvent être grandes mais il est préférable de se limiter à de petites déformations si l'on souhaite une cohérence avec le matériau réel. Pour plus de précisions se référer à [R7.02.03 §2.5].

3.7.3 Opérands TOUT / GROUP_MA / MAILLE

```

◇ / TOUT      = 'OUI' ,
  / | GROUP_MA = lgrma ,
  / | MAILLE   = lma   ,

```

Spécifie les mailles ou les nœuds sur lesquels la relation de comportement est utilisée.

3.7.4 Relation de comportement disponible pour chaque option

		'CALC_G'	'CALC_K_G'
COMP_ELAS	'ELAS'	'PETIT'	'PETIT'
		'GREEN'	
	'ELAS_VMIS_LINE'	'PETIT'	non disp.
		'GREEN'	
	'ELAS_VMIS_TRAC'	'PETIT'	non disp.
		'GREEN'	

Tableau 3.7.4-a : Disponibilité, par option, des relations de comportement.

A ce jour, il est possible de faire un post-traitement en mécanique de la rupture uniquement avec une relation de comportement élastique linéaire ou non linéaire et pas avec une relation élasto-plastique [R7.02.03 §1.5].

Il est possible pour ces relations de comportement de calculer le taux de restitution d'énergie G en grandes transformations [R7.02.03 §2] à condition d'avoir uniquement des charges mortes.

3.8 Mot clé COMP_INCR

◇ COMP_INCR =

La relation de comportement est élasto-plastique associée à un critère de von Mises avec écrouissage isotrope ou cinématique.

◇ RELATION =

/ 'ELAS'

Relation de comportement élastique incrémentale [U4.51.03].

/ 'VMIS_ISOT_LINE'

von Mises avec écrouissage isotrope linéaire ([U4.51.03] et [R5.03.20]).

/ 'VMIS_ISOT_TRAC'

von Mises avec écrouissage isotrope donné par une courbe de traction [U4.51.03].

Titre : Opérateur CALC_G_THETA_T
 Auteur(s) : O. BOITEAU, S. GRANET, G. NICOLAS

Date : 15/12/03
 Clé : U4.82.03-G1 Page : 11/22

/ 'VMIS_CINE_LINE'

von Mises avec écrouissage cinématique linéaire [U4.51.03].

◇ DEFORMATION =

/ 'PETIT'

Déformations linéarisées : $\varepsilon_{ij} \left(u/ = 1/2 \left(u_{i,j} + u_{j,i} \right) \right)$

/ 'PETIT_REAC'

$$\Delta \varepsilon_{ij} = 1/2 \left(\frac{\partial \Delta u_i}{\partial (X+u)_j} + \frac{\partial \Delta u_j}{\partial (X+u)_i} \right) \text{ [U4.51.03].}$$

◇ TOUT / GROUP_MA / MAILLE

Spécifient les mailles sur lesquels la relation de comportement incrémentale est utilisée.

3.9 Mot clé ETAT_INIT

◇ ETAT_INIT =

Etat initial de référence choisi. Par défaut, tous les champs sont identiquement nuls. La donnée d'un état initial n'a de sens (et n'est donc pris en compte) que pour la partie du domaine traitée en comportement incrémental (COMP_INCR). En théorie, si le calcul est élastique (COMP_ELAS) cela n'a aucune incidence, mais compte tenu de la formule implantée dans le source de CALC_G_THETA_T, il n'est pas licite de cumuler une déformation initiale (soit directement dans la charge avec EPSI_INIT, soit comme ci-dessous, sous forme de déplacement), avec un champ de contraintes initiales.

Attention :

- Si l'on veut prendre en compte un état initial en élasticité, c'est le mot clé ELAS situé sous COMP_INCR qu'il faut utiliser.
- On applique une règle d'exclusion lors de la présence simultanée d'un champ de déplacements (via CHARGE/EPSI_INIT cf. [§3.5]) et de déformations initiaux (via ETAT_INIT/DEPL). Seul un des deux doit subsister.

Lors du calcul de la dérivée comme pour les chargements, ces états initiaux ne sont pris en compte qu'en post-traitement du calcul de mécanique. **Ils ne peuvent et ils ne doivent intervenir** que pour l'assemblage des termes de cette dérivée.

D'autre part on ne peut, pour l'instant, que manipuler des états indépendants de la variation de domaine, dans leurs définitions intrinsèques comme dans celles de leurs supports. En d'autres termes, leurs dérivées eulériennes doivent être nulles (cf. [§3.10] et [§5.3]).

/ SIGM = sig,
 / DEPL = depl,

Respectivement, champs de contraintes et de déplacements pris à l'état initial. Ils peuvent par exemple être issus de la commande RECU_CHAMP, ou bien avoir été lus dans un fichier au format I-DEAS par la commande LIRE_RESU. Soit on donne un déplacement initial, soit une contrainte initiale. Attention, si la charge transmise dans l'opérande CHARGE contient une déformation initiale (mot clé EPSI_INIT de AFFE_CHAR_MECA_F), celle-ci sera prise en compte de la même façon que le déplacement depl fourni ici ; il est alors illicite de donner un état initial avec le mot clé DEPL.

3.10 Opérande OPTION

◇ OPTION = / 'CALC_G' , calcul du taux de restitution d'énergie G
/ 'CALC_K_G' , calcul des coefficients d'intensité de contraintes K_1 , K_2
/ 'CALC_G_LAGR' , calcul de G avec propagation Lagrangienne.
/ 'G_BILINEAIRE' , calcul de la matrice G bilinéaire.

3.10.1 OPTION = 'CALC_G' [R7.02.01] et [R7.02.03]

C'est l'option par défaut. Elle permet le calcul du taux de restitution de l'énergie G par la méthode thêta en 2D ou en 3D pour un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire. En 3D, il faut diviser la valeur brute de G donnée par Aster par la longueur de la fissure. De même en axisymétrique, il faut diviser par le rayon en fond de fissure.

3.10.2 OPTION = 'CALC_K_G' [R7.02.05]

Cette option permet le calcul des coefficients d'intensité de contraintes K_1 et K_2 en thermo-élasticité linéaire plane (modélisation C_PLAN ou D_PLAN) par la méthode des champs singuliers. Elle calcule également le taux de restitution d'énergie classique et le G obtenu par la formule d'IRWIN à partir de K_1 et K_2 [R7.02.05 §1.2].

Si l'option 'CALC_K_G' est utilisée il faut fournir les informations sur le fond de fissure par l'opérande FOND (cf. [§11]).

3.10.3 OPTION = 'CALC_G_LAGR' [R7.02.04]

Cette option concerne uniquement la propagation Lagrangienne [R7.02.04]. Il faut fournir la valeur de la propagation derrière le mot clé PROPAGATION.

3.10.4 OPTION = 'G_BILINEAIRE' [R7.02.01]

Pour une série de déplacements (U_1, \dots, U_n) , cette option permet le calcul de la forme bilinéaire $g(U_i, U_j)$ pour $i \geq j$; si $i = j$ alors $g(u, u) = G(u)$. Les résultats sont stockés dans une table comportant deux indices i et j en référence aux déplacements U_i et U_j ordonnés dans la liste contenue dans la structure de données résultat sous le mot clé RESULTAT.

Attention :

Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaires où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.

3.10.5 OPTION = 'CALC_G_MAX' [R7.02.05]

Cette option concerne uniquement la maximisation de G sous des contraintes bornes [R7.02.05]. Il faut fournir la valeur des contraintes bornes derrière le mot clé BORNES.

3.11 Opérande SENSIBILITE

♦ `SENSIBILITE` = `theta`

Nom du paramètre sensible par rapport auquel on dérive (voir [U4.50.02]).

Avec cette opérande on a accès, en plus de la valeur du taux de restitution d'énergie telle qu'elle est fournie avec '`CALC_G`', à sa dérivée par rapport à une variation de domaine décrite par le champ θ_s sensibilité (cf. [§3.10]).

Son périmètre d'application se limite aux **calculs thermo-élastiques linéaires 2D**, s'appuyant sur des **éléments finis quadratiques** complets ou incomplets (`SEG3`, `TRIA6`, `QUAD8` et `QUAD9`). Elles supportent divers modélisations (cf [§3.1]), chargements (cf [§3.5]) et états initiaux (cf [§3.9]) en pré-ou post-traitements du calcul mécanique. Les matériaux peuvent être hétérogènes mais ils doivent être indépendants de la température.

Remarque :

Le champ d'investigation de cette option est connexe de celui de l'option '`CALC_G_LAGR`'. Dans les deux cas on évite de coûteuses études paramétriques en utilisant un maillage fixe de référence et en modélisant les variations virtuelles de domaine par des fonctions θ_s appropriées.

Le champ θ_s = `theta` est un champ de vecteur 2D en chaque nœud du maillage. Il est orienté suivant l'axe des abscisses. C'est un concept de type `CHAM_NO_DEPL_R`. Il peut être affecté directement avec la commande `AFFE_CHAM_NO` [U4.44.11].

Dans la pratique, il est généralement issu de la commande spécifique `CALC_THETA` [U4.82.02] avec l'option `THETA_BANDE` qui permet de saisir le module (mot-clé `MODULE`) et les abscisses x_1 et x_2 (mot-clé `R_INF` et `R_SUP`) des points délimitant son support vertical. On rappelle que ce champ décroît de la valeur `MODULE` à la valeur nulle entre les abscisses x_1 et x_2 , et qu'il est nul partout ailleurs. Ces abscisses peuvent être négatives mais on doit avoir $x_1 < x_2$.

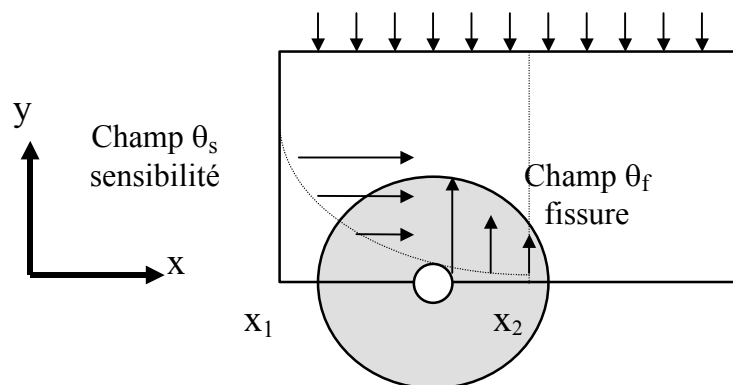


Figure 3.11-a : Dérivée de $G(\theta_f)$ par rapport à une variation de domaine pilotée par θ_s

Remarques :

- Contrairement au champ θ_s sensibilité qui est juste continu et défini sous forme d'un polynôme du premier ordre, ce champ θ_f est une combinaison de monômes du troisième ordre et il est de classe C^2 sauf au milieu de son support (où il est juste C^1).
- En effet, lors du calcul de G on ne fait appel qu'aux dérivées premières du champ θ_f fissure, alors que pour l'obtention de sa dérivée on utilise les dérivées secondes du θ_s sensibilité. Un compromis a donc été trouvé entre l'ordre théorique requis par les dérivations et la précision des éléments finis modélisant le calcul. Ainsi il faut avoir recours à des éléments quadratiques pour estimer cette dérivée.

3.12 Opérande FOND_FISS

◇ FOND_FISS = fiss,

Ce mot clé est obligatoire si on utilise l'option 'CALC_K_G'. Sinon il n'est pas utilisé.

fiss est un concept de type fond_fiss issu de la commande DEFI_FOND_FISS. Il permet de récupérer le nœud de fond de fissure et la normale à la fissure [U4.82.01].

3.13 Opérande PROPAGATION

◇ PROPAGATION = alpha

Ce mot clé est obligatoire si on utilise l'option 'CALC_G_LAGR'. Sinon il n'est pas utilisé.

alpha est la valeur de la propagation [R7.02.04].

3.14 Mot-clé BORNES

◇ BORNES =

Ce mot clé facteur est obligatoire si on utilise l'option 'CALC_G_MAX'. Sinon il n'est pas utilisé. Il permet de définir des couples de contraintes bornes (q_i^-, q_i^+) pour chaque numéro d'ordre de la structure de données resultat. On cherche alors à définir la combinaison de chargement la plus pénalisante en terme de taux de restitution d'énergie :

$$\max_{q_i^- \leq q_i \leq q_i^+} G\left(\sum_i q_i Q_i\right) = \max_{i,j=1}^N \sum G_{ij} q_i q_j \quad \text{où } Q_i \text{ sont les } N \text{ chargements unitaires associés aux différents déplacements } U_i \text{ contenus dans la structure de données resultat, et } G_{ij} = G(U_i, U_j) \text{ forme bilinéaire de } G.$$

◆ NUME_ORDRE = num

Numéro d'ordre dans la structure de données resultat associé aux valeurs de contraintes bornes.

◆ VALE_MIN = qmin

Valeur minimal du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre num de la structure de données resu.

◆ VALE_MAX = qmax

Valeur maximal du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre num de la structure de données resu.

Attention :

- L'utilisateur doit donner autant de couples de bornes que de numéros d'ordre contenus dans la structure de données resultat sous peine d'erreur fatale.
- Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaire où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.

3.15 Opérande TITRE

◇ TITRE = titre

[U4.03.01].

3.16 Opérande INFO

◇ INFO =
/ 1 : valeur par défaut. Impression dans le fichier 'MESSAGE' de G , K_1 et K_2 .
/ 2 : même impression que pour INFO = 1 avec en plus impression de G sur chaque élément par l'option 'CALC_G'

Par défaut l'option 'CALC_K_G' génère l'impression de K_1 et K_2 , G obtenu de façon classique et par la méthode d'IRWIN. De plus est imprimé le calcul de l'angle de propagation de la fissure selon 3 critères (K_1 ou G maximal, K_2 minimal) d'après les formules d'AMESTOY-BUI et DANG-VAN [R7.02.05 §2.5]. Cet angle est donné à 10 degrés près.

3.17 Table produite

La commande `CALC_G_THETA_T` génère un concept de type `table`. Celle-ci contient le taux de restitution d'énergie et éventuellement sa dérivée. Les exemples présentés au [§4] montrent le contenu de la table, pour le calcul des facteurs d'intensité de contrainte `OPTION = 'CALC_K_G'`.

La commande `IMPR_TABLE` [U4.91.03] permet d'imprimer les résultats au format voulu.

4 Normalisation du taux de restitution global G

4.1 2D contraintes planes et déformations planes

En dimension 2 (contraintes planes et déformations planes), le fond de fissure est réduit à un point et la valeur $G(\theta)$ issue de la commande CALC_G_THETA_T est indépendante du choix du champ θ :

$$G = G(\theta) \quad , \quad \forall \theta \in \Theta$$

4.2 Axisymétrie

En axisymétrie il faut normaliser la valeur $G(\theta)$ obtenue avec Aster :

$$G = \frac{1}{R} G(\theta)$$

où R est la distance du fond de fissure à l'axe de symétrie [R7.02.01 §2.4.4].

4.3 3D

En dimension 3, la valeur de $G(\theta)$ pour un champ θ donné est tel que :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_o} G(s) \theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) ds$$

Dans la commande CALC_THETA [U4.63.02], l'utilisateur définit la direction du champ θ en fond de fissure. Par défaut, c'est la normale au fond de fissure dans le plan des lèvres. En choisissant un champ θ unitaire au voisinage du fond de fissure, on a :

$$\theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) = 1$$

et :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_o} G(s) d\Gamma$$

Soit G le taux de restitution de l'énergie global, pour avoir la valeur de G par unité de longueur, il faut diviser la valeur obtenue par la longueur de la fissure l :

$$G(\theta) = G l \quad \text{en 3D}$$

4.4 Symétrie du modèle

Ne pas oublier de multiplier par 2, les valeurs du taux de restitution d'énergie G ou $G(s)$ si on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure (ou préciser le mot clé SYME_CHAR = 'SYME' ou 'ANTI' dans les commandes concernées) .

5 Exemples

5.1 Exemple de calcul du taux de restitution d'énergie (option 'CALC_G') en 2D

5.1.1 Calcul de G en élasticité linéaire

```
G1 = CALC_G_THETA_T ( MODELE      = mo ,  
                       CHAM_MATER  = chma ,  
                       THETA       = theta ,  
                       DEPL        = depl ,  
                       CHARGE      = ch )
```

On calcule le taux de restitution d'énergie G sur le modèle *mo*, avec le champ de déplacement *depl* solution du problème élastique avec :

- le champ de matériau *chma* produit par *AFFE_MATERIAU*,
- le champ *theta* produit par *CALC_THETA* ou *AFFE_CHAM_NO*,
- la charge *ch* produite par la commande *AFFE_CHAR_MECA* ou *AFFE_CHAR_MECA_F*.

Cet exemple est issu du test SSLP101 [V3.02.101]. Il s'agit d'une plaque fissurée en traction.

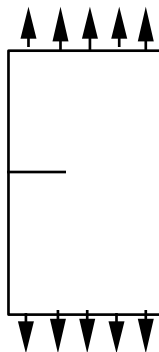


Figure 5.1.1-a : Plaque fissurée en traction

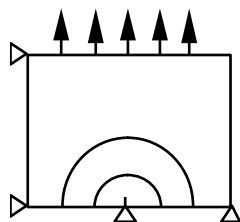


Figure 5.1.1-b : Demi-plaque fissurée en traction

Si on ne modélise que la moitié de la plaque comme sur la [Figure 5.1.1-b] il faut ajouter le mot clé :

```
SYME_CHAR = 'SYME'
```

pour préciser la symétrie du chargement par rapport à la fissure. Les valeurs de G sont ainsi multipliées automatiquement par 2.

Noter que dans ce cas le mot clé *CHARGE* est facultatif : en effet le chargement de traction *ch* ne s'applique pas entre les couronnes R_{inf} et R_{sup} . Par contre si on a une pression sur les lèvres de la fissure ou un chargement volumique, ce mot clé devient obligatoire.

5.1.2 Calcul de G en élasticité non linéaire en 3D

```
G2 = CALC_G_THETA_T (  MODELE      = mo,
                        RESULTAT    = resu,
                        TOUT_ORDRE= 'OUI',
                        CHAM_MATER= chma,
                        THETA       = theta,
                        CHARGE      = ch,
                        COMP_ELAS  = _F( RELATION= 'ELAS_VMIS_TRAC' ), )
```

On calcule le taux de restitution d'énergie G sur le modèle `mo`, pour tous les instants de calcul du problème élastique non linéaire à partir du concept `resu` issu de `STAT_NON_LINE`.

La relation de comportement est élastique non linéaire de von Mises à écrouissage isotrope.

Pour d'autres exemples en 3D on pourra se reporter aux tests :

SSLV110 [V3.04.110] Fissure semi-elliptique en milieu infini
SSLV112 [V3.04.112] Fissure circulaire en milieu infini
HPLV103 [V7.03.103] Thermoélasticité avec fissure circulaire en milieu infini

5.1.3 Calcul de G en grandes transformations

```
G3 = CALC_G_THETA_T (  MODELE      = mo,
                        RESULTAT    = resu,
                        INST       = (1., 2., 3.),
                        CHAM_MATER= chma,
                        THETA       = theta,
                        CHARGE      = ch,
                        COMP_ELAS  = _F( RELATION      = 'ELAS' ),
                                   DEFORMATION      = 'GREEN' ), )
```

On calcule le taux de restitution d'énergie G sur le modèle `mo`, pour 3 instants d'un calcul non linéaire en grandes transformations à partir d'un concept `resu` issu de `STAT_NON_LINE`. La relation de comportement est élastique "linéaire" (la relation entre les déformations et les contraintes est linéaire) mais le comportement du solide est hyperélastique (`DEFORMATION = 'GREEN'`). Pour plus de précisions se référer à [R7.02.03 §2.1].

5.2 Exemple d'utilisation de l'option 'CALC_K_G'

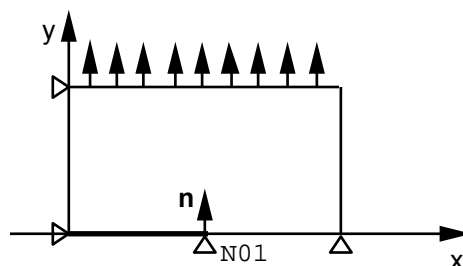


Figure 5.2-a : Calcul des facteurs d'intensités de contraintes.

Titre : **Opérateur CALC_G_THETA_T**
Auteur(s) : **O. BOITEAU, S. GRANET, G. NICOLAS**

Date : **15/12/03**
Clé : **U4.82.03-G1** Page : **19/22**

```

ma = LIRE_MALLAGE ( )
mo = AFFE_MODELE ( MALLAGE = ma,
                  AFFE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'MECANIQUE',
                           MODELISATION = 'D_PLAN' ) )

theta = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                    THETA_2D = _F( NOEUD = 'N01',
                                   MODULE = 1.,
                                   R_INF = 2.0,
                                   R_SUP = 3.0 ),
                    DIRECTION = (1. 0.), )

ff = DEFI_FOND_FISS ( NOEUD = 'N01',
                     NORMALE = (0. 1.), )

G4 = CALC_G_THETA_T ( MODELE = mo,
                     DEPL = depl,
                     CHAM_MATER = chma,
                     THETA = theta,
                     CHARGE = ch,
                     SYME_CHAR = 'SYME',
                     FOND_FISS = ff,
                     OPTION = 'CALC_K_G' )

```

On calcule les facteurs d'intensité de contraintes K_1 et K_2 sur le modèle mo , avec le déplacement $depl$ solution du problème élastique avec :

- le champ de matériau $chma$ produit par `AFFE_MATERIAU`,
- la charge ch produite par la commande `AFFE_CHAR_MECA`.

On récupère le nœud de fond de fissure $N01$ et la normale à la fissure par le concept `fond_fiss`. On précise que le chargement global est symétrique par rapport à la fissure grâce au mot clé `SYME_CHAR`.

Les résultats de la commande `CALC_G_THETA_T` avec l'option `CALC_K_G` se présentent sous la forme suivante :

Nœud de fond de fissure : $N01$

Coordonnées du nœud de fond de fissure : 0. 0.

Coordonnées de la normale à la fissure : 0. 1.

K_1	K_2	G (IRWIN)
2.14364E+01	0.0000E+00	1.14880E-03

Taux de restitution d'énergie G : 1.14907E-03

Direction de la déviation de la fissure (en degrés) :

Selon le critère K_1 maximum	: 0	avec K_1 max	: 2.14364E+01
Selon le critère K_2 nul	: 0	avec K_2 nul	: 0.0000E+00
Selon le critère G maximum	: 0	avec Gmax	: 1.1488E-03

où

K_1 est le facteur d'intensité de contrainte de mode I

K_2 est le facteur d'intensité de contrainte de mode II

G (IRWIN) est le taux de restitution d'énergie G obtenu par la formule d'IRWIN :

$$G = \frac{1}{E} (K_1^2 + K_2^2) \quad \text{en contraintes planes}$$

$$G = \frac{1-\nu^2}{E} (K_1^2 + K_2^2) \quad \text{en déformations planes}$$

E = module d'Young

ν = coefficient de Poisson

Le taux de restitution d'énergie G est analogue à celui obtenu par la méthode classique (voir option 'CALC_G'). Il permet de vérifier la cohérence des résultats des coefficients K_1 et K_2 .

A partir des facteurs d'intensité de contraintes K_1 et K_2 , on peut calculer les coefficients K_1^* et K_2^* correspondant à une propagation de fissure donnée (d'après les travaux d'AMESTOY-BUI).

La direction de la déviation de la fissure est calculée d'après ces résultats et selon 3 critères K_1^* maximum, K_2^* nul et G^* maximum. L'angle de propagation, donné en degré, est calculé par rapport au prolongement de la fissure.

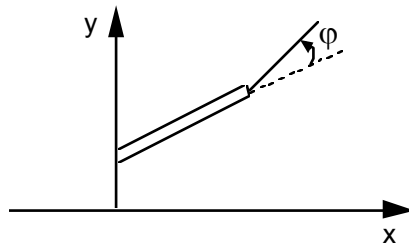


Figure 5.2-b : Angle de propagation

Remarques :

- Pour un chargement thermique, les coefficients caractéristiques du matériau (E , ν , ...) doivent être indépendants de la température.
- Attention à l'orientation de la normale à la fissure.

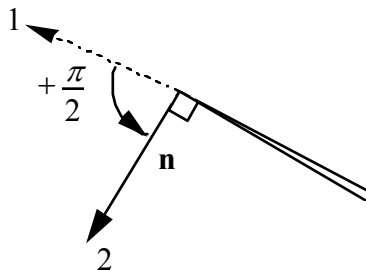


Figure 5.2-c : Orientation de la normale à la fissure

Pour d'autres exemples on pourra se reporter aux tests :

HPLP100 [V7.02.100] Plaque fissurée en thermoélasticité
SSLP103 [V3.02.103] Plaque circulaire fissurée

5.3 Exemple de calcul de la dérivée du taux de restitution d'énergie pour une variation de domaine

Conservons la même configuration qu'au paragraphe précédent et calculons cette fois la dérivée de $G(\theta_f)$ par rapport à la variation de domaine pilotée par θ_s .

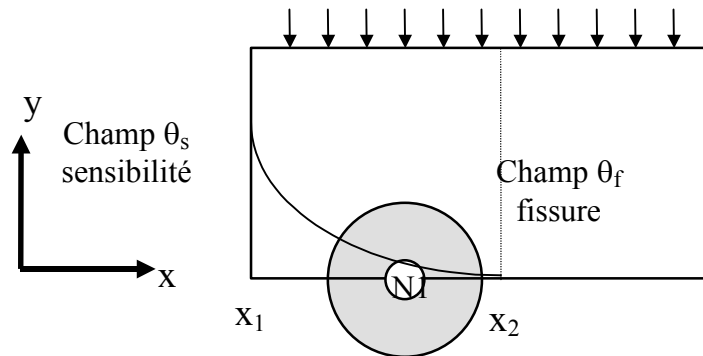


Figure 5.3-a : Dérivée de $G(\theta_f)$ par rapport à une variation de domaine pilotée par θ_s

Après avoir construit les modèles `mo` et `moth` en modélisation 'D_PLAN' et le champ θ_s (thetas), via le mot-clé `THETA_BANDE` de `CALC_THETA`, on affecte des chargements thermiques de type températures imposées sur les bords droit et gauche de la structure. Ensuite, on effectue le calcul thermique proprement dit qui utilise `thetas` (fourni via le mot-clé `SENSIBILITE`) pour calculer le champ de température et sa dérivée lagrangienne.

Remarques :

- Le calcul de sensibilité en thermique est restreint au cas linéaire 2D, stationnaire ou transitoire, avec des sources volumiques et des conditions de température imposée, de flux normal imposé et d'échange convectif. Les conditions d'échange entre paroi et de rayonnement ne sont pas encore pris en compte [R4.03.01] [U4.54.01].
- Les éléments finis supportant le maillage doivent être quadratiques.

```
mo = AFFE_MODELE ( MAILLAGE = ma,
                   AFPE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'MECANIQUE',
                              MODELISATION = 'D_PLAN' ), )

moth = AFFE_MODELE ( MAILLAGE = ma,
                    AFPE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'THERMIQUE',
                               MODELISATION = 'PLAN' ), )

thetas = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                     OPTION = 'BANDE',
                     THETA_BANDE = _F( MODULE = 1.,
                                         R_INF = X1,
                                         R_SUP = X2 ), )

chther = AFFE_CHAR_THER( MODELE = moth,
                        TEMP_IMPO = _F( GROUP_NO = 'bordd', TEMP = -100 )
                        TEMP_IMPO = _F( GROUP_NO = 'bordg', TEMP = 100 ) )

resth = THER_LINEAIRE( MODELE = moth,
                      SENSIBILITE = thetas,
                      CHAM_MATER = cmth,
                      EXCIT = (CHARGE = chther), )
```

Avant d'effectuer le calcul thermo-mécanique, on affecte une pression répartie sur le bord supérieur. Ce chargement, tout comme la température calculée, est utilisé dans la totalité du processus de sensibilité, contrairement aux chargements de pesanteur et aux déformations initiales ultérieures. Ces derniers n'interviendront qu'en post-traitement du calcul de mécanique.

Attention :

- Avec une telle prise en compte des chargements, l'utilisateur est seul responsable de l'interprétation des résultats.
- Pour être pleinement utilisable, le calcul de la sensibilité de G devra être étendu aux principaux chargements pour tout le processus.
- Le calcul de sensibilité en mécanique est restreint, pour l'instant, au cas linéaire D_PLAN ou $AXIS$ avec des conditions limites de types déplacement imposé, liaisons uniformes et pression externe [R4.03.01] [U4.51.01].

```
chmeca= AFPE_CHAR_MECA( MODELE = mo,
                        TEMP_CALCULEE = resth,
                        DDL_IMPO = _F (GROUP_MA='bordi',DY = 0),
                        PRES_REP = _F (GROUP_MA='bords',PRES =100),)

resme= MECA_STATIQUE( MODELE = mo,
                      SENSIBILITE = thetas,
                      CHAM_MATER = cm,
                      EXCIT = _F (CHARGE = chmeca))

a1= DEFI_VALEUR(R8 = 1.D-8)
a2= DEFI_VALEUR(R8 = 2.D-6)
a3= DEFI_VALEUR(R8 = 5.D-2)
FONC1= FORMULE(REEL = "" (REEL:X, REEL:Y)= A1*(X**2)+A2*Y+A3"")
FONC2= FORMULE(REEL = "" (REEL:X, REEL:Y)= A1*(Y**2)+A2*X+A3"")
FONC3= FORMULE(REEL = "" (REEL:X, REEL:Y)= A1*(X*Y)+A3"")

f= AFPE_CHAR_MECA_F( MODELE = mo,
                     PESANTEUR = (10. 0. -1. 0.),
                     EPSI_INIT = _F ( TOUT = 'OUI',
                                       EPXX = fonc1,
                                       EPYY = fonc2,
                                       EPXY = fonc3))
```

Comme dans les exemples précédents on construit le champ θ_f (thetaf) qui va jouer le rôle d'une fonction test lors du calcul de l'intégrale du taux de restitution d'énergie $G(\theta_f)$ en délimitant la zone de calcul centrée autour du point N1.

```
thetaf = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                      THETA_2D =_F( NOEUD      = 'N1',
                                     MODULE     = 1.,
                                     R_INF      = r1,
                                     R_SUP      = r2,)
                      DIRECTION = (1. 0. 0.),)

G5 = CALC_G_THETA_T ( MODELE      = mo,
                      RESULTAT    = resme,
                      SENSIBILITE = thetas,
                      CHAM_MATER  = chma,
                      THETA       = thetaf,
                      CHARGE      = (chmeca,f),
                      SYME_CHAR   = 'SYME',
                      COMP_ELAS   = _F(RELATION = 'ELAS',
                                       DEFORMATION = 'PETIT'),
                      )
```

Pour d'autres exemples en D_PLAN on pourra se reporter au cas-test HPLP100B [V7.02.100]. On y trouvera notamment des exemples d'enchaînements de $CREA_CHAMP$ permettant de construire des champs de contraintes analytiques et de traduire un maillage (afin de simuler une différence finie en variation de domaine).